

ตอนที่ 2 ทำในสมุดคำตอบ (40 คะแนน)

จาก data ดังตารางข้างล่างเป็นข้อมูลอนุกรมหนึ่งมิติ (one dimensional time series data)

Training Data

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$y$	0	2	0	2	0	2	0

Operating Data

$x$	8
$y$	

1. ก) จากข้อมูลอินพุตและเอาต์พุต  $\{x, y\}$  ในตารางข้างบน จงใช้ Training Data สร้างนิเวศเน็ตเวิร์ค MLP แบบมี weights จำนวน 2 ชั้น โดยกำหนดฟังก์ชันในชั้นซ่อนที่หนึ่งเป็น

$$\text{log sigmoid } a = \frac{1}{1 + \exp(-n)} \text{ และฟังก์ชันในชั้นเอาต์พุตเป็น pure linear } a = n$$

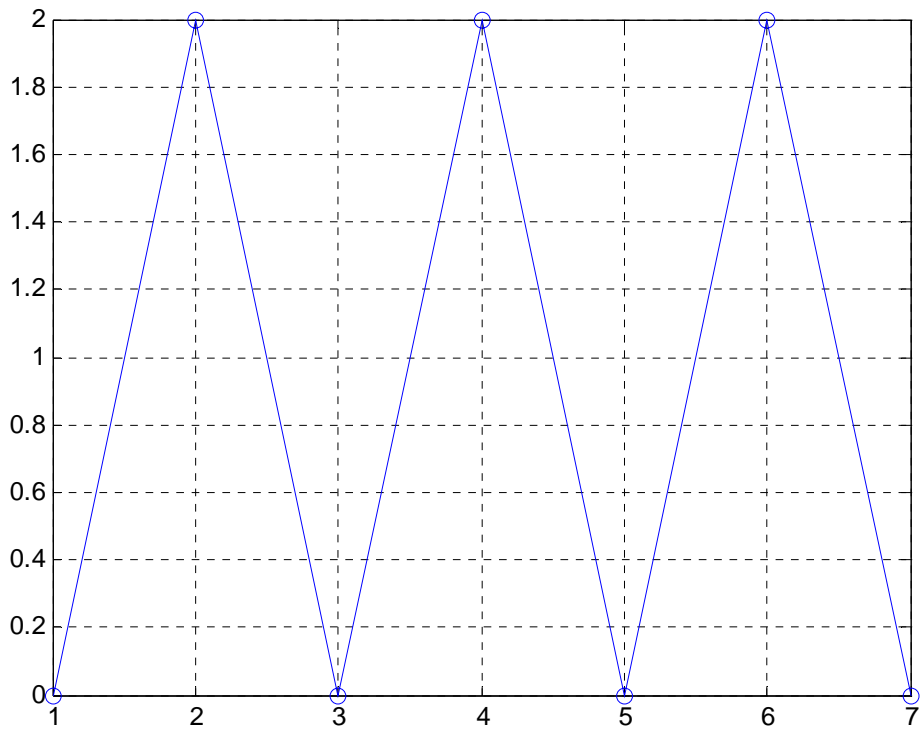
ทำการสอนแบบ backpropagation เพียง 1 รอบ

$$\text{กำหนดให้ ค่าเริ่มต้นเป็นดังนี้ } \mathbf{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.55 \\ 5.6 \end{bmatrix}, \mathbf{B}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.72 \\ -1.16 \end{bmatrix},$$

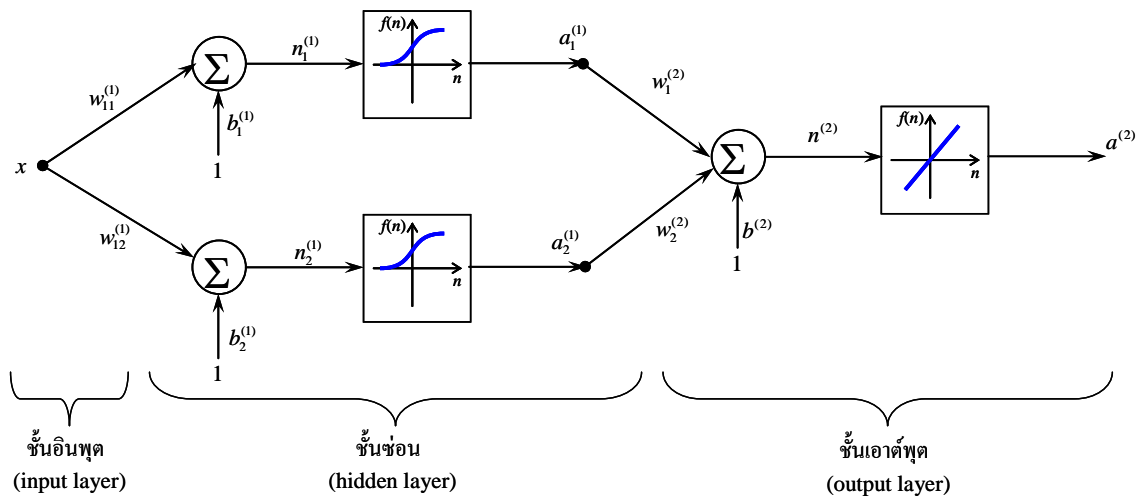
$$\mathbf{W}^{(2)} = [0.82 \quad 2.56], \text{ และ } \mathbf{B}^{(2)} = [-0.6]$$

- ข) จงใช้เน็ตเวิร์คจากข้อ 1 ก) เพื่อแสดงวิธีคำนวณหาค่าเอาต์พุต  $y$  ของข้อมูลในตาราง Operating Data แสดงวิธีหาโดยละเอียด

เฉลย



ขั้นตอนที่ 1 กำหนดโครงสร้างโครงข่ายเป็นแบบ 1 อินพุต และ 1 เอาต์พุต ดังภาพข้างล่าง



โครงข่ายประสาทเทียมสองชั้น (โครงสร้างแบบ 1-2-1)

เลือกอัตราการเรียนรู้ (learning rate:  $\eta$ )  $\eta = 0.1$  (ค่าเล็ก ๆ ใกล้เคียงศูนย์) กำหนดค่าผิดพลาดต่ำสุดที่ยอมรับได้  $E_{th} = 0.001$  (error threshold) และกำหนดจำนวนรอบการเรียนรู้สูงสุด  $L_{max} = 1$  รอบ

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มค่าน้ำหนัก  $\mathbf{W}$  และ  $\mathbf{b}$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.55 \\ 5.6 \end{bmatrix}, \mathbf{B}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.72 \\ -1.16 \end{bmatrix}, \mathbf{W}^{(2)} = [0.82 \quad 2.56], \text{ และ } \mathbf{B}^{(2)} = [-0.6]$$

กำหนดค่า  $m = 1, k = 1$

รอบที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_1 = 1, \mathbf{t}_1 = 0\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_1$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.55 \\ 5.6 \end{bmatrix} (1) + \begin{bmatrix} -11.72 \\ -1.16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.17 \\ 4.44 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \text{logsig} \left( \begin{bmatrix} -7.17 \\ 4.44 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.0008 \\ 0.9883 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่สอง

$$\mathbf{n}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} = [0.82 \quad 2.56] \begin{bmatrix} 0.0008 \\ 0.9883 \end{bmatrix} + (-0.6) = 1.9308$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \text{purelin}(1.9308) = (1.9308)$$

คำนวณค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{t}_1 - \mathbf{a}_1 = 0 - (1.9308) = (-1.9308)$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\mathbf{g}^{(2)} = -2\mathbf{F}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_1 = -2(1)(-1.9308) = 3.8616$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\ &= [0.82 \quad 2.56] - (0.1)(3.8616) \begin{bmatrix} 0.0008 & 0.9883 \end{bmatrix} \\ &= [0.8194 \quad 1.7967] \end{aligned}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} = (-0.6) - (0.1)(3.8616) = -1.3723$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(1)} &= \mathbf{F}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} (1 - a_1^{(1)}) a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1 - a_2^{(1)}) a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8194 \\ 1.7967 \end{bmatrix} (3.8616) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} (1-0.0008)(0.0008) & 0 \\ 0 & (1-0.9883)(0.9883) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8194 \\ 1.7967 \end{bmatrix} (3.8616) \\
&= \begin{bmatrix} 0.0008 & 0 \\ 0 & 0.0115 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8194 \\ 1.7967 \end{bmatrix} (3.8616) = \begin{bmatrix} 0.0024 \\ 0.0799 \end{bmatrix} \\
\mathbf{W}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T = \begin{bmatrix} -7.17 \\ 4.44 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0.0024 \\ 0.0799 \end{bmatrix} (1) = \begin{bmatrix} 4.5495 \\ 5.5840 \end{bmatrix} \\
\mathbf{b}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.72 \\ -1.16 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0.0024 \\ 0.0799 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.7205 \\ -1.176 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5 ถ้า  $k=1 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 2$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_2 = 2, \mathbf{t}_2 = 2\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_1$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.5495 \\ 5.5840 \end{bmatrix} (2) + \begin{bmatrix} -11.7205 \\ -1.176 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.62 \\ 9.92 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} -2.62 \\ 9.92 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.0678 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\mathbf{n}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.8194 & 1.7967 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0678 \\ 1 \end{bmatrix} + (-1.3723) = 0.4798$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \mathbf{purelin}(0.4798) = 0.4798$$

$$\text{คำนวณค่าผิดพลาด} \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{t}_2 - \mathbf{a}_2 = 2 - 0.4798 = 1.5202$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\mathbf{g}^{(2)} = -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_2 = -2(1)(1.5202) = -3.0403$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\
&= \begin{bmatrix} 0.8194 & 1.7967 \end{bmatrix} - (0.1)(-3.0403) \begin{bmatrix} 0.0678 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.8606 & 2.4047 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} = (-1.3723) - (0.1)(-3.0403) = -0.7642$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(1)} &= \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8606 \\ 2.4047 \end{bmatrix} (-3.0403) \\
&= \begin{bmatrix} (1-0.0678)(0.0678) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8606 \\ 2.4047 \end{bmatrix} (-3.0403)
\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0632 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8606 \\ 2.4047 \end{bmatrix} (-3.0403) = \begin{bmatrix} -0.1653 \\ -0.0003 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T = \begin{bmatrix} 4.5495 \\ 5.5840 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} -0.1653 \\ -0.0003 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.6156 \\ 5.5841 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.7205 \\ -1.176 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} -0.1653 \\ -0.0003 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.6874 \\ -1.1759 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5 ถ้า  $k=2 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 3$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_3 = 3, \mathbf{t}_3 = 0\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_4$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่า

เอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.6156 \\ 5.5841 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -11.6874 \\ -1.1759 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1595 \\ 15.5765 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} 2.1595 \\ 15.5765 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.8966 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\mathbf{n}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} = [0.8606 \quad 2.4047] \begin{bmatrix} 0.8966 \\ 1 \end{bmatrix} + (-0.7642) = 2.4121$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \mathbf{purelin}(2.4121) = 2.4121$$

คำนวณค่าผิดพลาด

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{t}_3 - \mathbf{a}_3 = 0 - 2.4121 = -2.4121$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\mathbf{g}^{(2)} = -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_3 = -2(1)(-2.4121) = 4.8241$$

$$\mathbf{W}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T$$

$$= [0.8606 \quad 2.4047] - (0.1)(4.8241) \begin{bmatrix} 0.8966 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [-0.0044 \quad 1.4399]$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} = (-0.7642) - (0.1)(4.8241) = -1.7291$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{g}^{(1)} = \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0044 \\ 1.4399 \end{bmatrix} (4.8241)$$

$$= \begin{bmatrix} (1-0.8966)(0.8966) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0044 \\ 1.4399 \end{bmatrix} (4.8241)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0927 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0044 \\ 1.4399 \end{bmatrix} (4.8241)$$

$$= \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 4.6156 \\ 5.5841 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0 \end{bmatrix} (3) = \begin{bmatrix} 4.6168 \\ 5.5841 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.6874 \\ -1.1759 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.687 \\ -1.1759 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5 ถ้า  $k=3 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 4$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_4 = 4, \mathbf{t}_4 = 2\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_4$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่า

เอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.6168 \\ 5.5841 \end{bmatrix} (4) + \begin{bmatrix} -11.687 \\ -1.1759 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.7802 \\ 21.1607 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} 6.7802 \\ 21.1607 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.9989 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\mathbf{n}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.0044 & 1.4399 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9989 \\ 1 \end{bmatrix} + (-1.7291) = -0.2936$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \mathbf{purelin}(-0.2936) = -0.2936$$

$$\text{คำนวณค่าผิดพลาด} \quad \mathbf{e}_4 = \mathbf{t}_4 - \mathbf{a}_4 = 2 - (-0.2936) = 2.2936$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\mathbf{g}^{(2)} = -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_4 = -2(1)(2.2936) = -4.5871$$

$$\mathbf{W}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T$$

$$= \begin{bmatrix} -0.0044 & 1.4399 \end{bmatrix} - (0.1)(-4.5871) \begin{bmatrix} 0.9989 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.912 & 2.3573 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} = (-1.7291) - (0.1)(-4.5871)$$

$$= -0.8116$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{g}^{(1)} = \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.912 \\ 2.3573 \end{bmatrix} (-4.5871)$$

$$= \begin{bmatrix} (1-0.9989)(0.9989) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.912 \\ 2.3573 \end{bmatrix} (-4.5871)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0011 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.912 \\ 2.3573 \end{bmatrix} (-4.5871) = \begin{bmatrix} -0.0047 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 4.6168 \\ 5.5841 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0 \end{bmatrix} (4) = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.687 \\ -1.1759 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5  $k = 4 < K = 6$  ให้  $k = k + 1 = 5$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_5 = 5, \mathbf{t}_5 = 0\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_5$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่า

เอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} (5) + \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.417 \\ 26.7448 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} 11.417 \\ 26.7448 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\mathbf{n}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} = [0.912 \quad 2.3573] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + (-0.8116) = 2.4577$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \text{purelin}(2.4577) = 2.4577$$

$$\text{คำนวณค่าผิดพลาด} \quad \mathbf{e}_5 = \mathbf{t}_5 - \mathbf{a}_5 = 0 - 2.4577 = -2.4577$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\mathbf{g}^{(2)} = -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_5 = -2(1)(-2.4577) = 4.9153$$

$$\mathbf{W}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T$$

$$= [0.912 \quad 2.3573] - (0.1)(4.9153) [1 \quad 1]$$

$$= [-0.0711 \quad 1.3743]$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} = (-0.8116) - (0.1)(4.9153) = -1.7947$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{g}^{(1)} = \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0711 \\ 1.3743 \end{bmatrix} (4.9153)$$

$$= \begin{bmatrix} (1-1)(1) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0711 \\ 1.3743 \end{bmatrix} (4.9153) \\ = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0711 \\ 1.3743 \end{bmatrix} (4.9153) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T \\ = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} (5) = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.687 \\ -1.1759 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5  $k=5 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 6$  วันซ้ำขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_6 = 6, \mathbf{t}_6 = 2\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_6$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่า

เอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} (6) + \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.0376 \\ 32.3289 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} 16.0376 \\ 32.3289 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\mathbf{n}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.0711 & 1.3743 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + (-1.7947) = -0.4915$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \mathbf{purelin}(-0.4915) = -0.4915$$

คำนวณค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}_6 = \mathbf{t}_6 - \mathbf{a}_6 = 2 - (-0.4915) = 2.4915$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\mathbf{g}^{(2)} = -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_5 = -2(1)(2.4915) = -4.983$$

$$\mathbf{W}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\ = \begin{bmatrix} -0.0711 & 1.3743 \end{bmatrix} - (0.1)(-4.983) \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.9255 & 2.3709 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} = (-0.8116) - (0.1)(-4.983) = -1.7947$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{g}^{(1)} = \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\ = \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9255 \\ 2.3709 \end{bmatrix} (-4.983)$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} (1-1)(1) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9255 \\ 2.3709 \end{bmatrix} (-4.983) \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9255 \\ 2.3709 \end{bmatrix} (-4.983) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{W}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6) = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} \\
\mathbf{b}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.687 \\ -1.1759 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_7 = 7, \mathbf{t}_7 = 0\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_7$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} (7) + \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.6582 \\ 37.9131 \end{bmatrix} \\
\mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} 20.6582 \\ 37.9131 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.9255 & 2.3709 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + (-1.7947) = (2.4983) \\
\mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \mathbf{purelin}(2.4983) = (2.4983)
\end{aligned}$$

คำนวณค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}_6 = \mathbf{t}_6 - \mathbf{a}_6 = 0 - (2.4983) = -2.4983$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(2)} &= -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_s = -2(1)(-2.4983) = 4.9966 \\
\mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\
&= \begin{bmatrix} 0.9255 & 2.3709 \end{bmatrix} - (0.1)(4.9966) \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -0.0738 & 1.3716 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} = -1.7947 - (0.1)(4.9966) = -1.7974$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(1)} &= \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0738 \\ 1.3716 \end{bmatrix} (4.9966) \\
&= \begin{bmatrix} (1-1)(1) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0738 \\ 1.3716 \end{bmatrix} (4.9966) \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0738 \\ 1.3716 \end{bmatrix} (4.9966) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7) = \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} = \begin{bmatrix} -11.687 \\ -1.1759 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5  $k = 7 = K$  ไปขั้นตอนที่ 6

ขั้นตอนที่ 6 จำนวนค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย  $MSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{e}_k\|^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{t}_k - \mathbf{a}_k\|^2$

$$MSE = \frac{1}{7} \left( (-1.9308)^2 + (1.5202)^2 + (-2.4121)^2 + (2.2936)^2 + (-2.4577)^2 + (2.4915)^2 + (-2.4983)^2 \right)$$

$$= 5.0867$$

จบการฝึกฝนรอบที่ 1

ข) จงใช้เน็ตเวิร์คจากข้อ ก) เพื่อแสดงวิธีคำนวณหาค่าเอาต์พุต Class ของข้อมูลในตาราง

Operating Data

ข้อมูลชุด Operating Data  $\mathbf{x}_8 = 8$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_8 + \mathbf{b}^{(1)}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.6206 \\ 5.5841 \end{bmatrix} (8) + \begin{bmatrix} -11.6861 \\ -1.1759 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.2789 \\ 43.4972 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \text{logsig} \left( \begin{bmatrix} 25.2789 \\ 43.4972 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่สอง

$$\mathbf{n}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.0738 & 1.3716 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 1.7974 = -0.4997$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = -0.4997$$