

### เฉลย การบ้านที่ 3

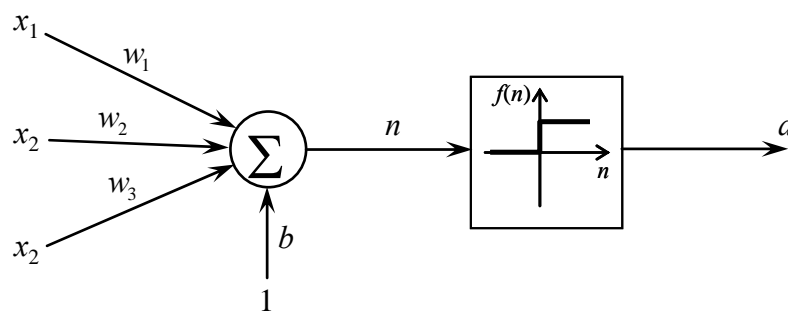
(กำหนดส่ง รอบเช้า 9 กย. 51 รอบค่ำ 7 กย. 51)

1. จงสร้างโครงข่ายประสาทเทียมสำหรับการแก้ปัญหาการแยกข้อมูลดังตารางข้างล่าง โดยใช้ประสาทเทียมเปอร์เซ็ปตรอน ให้กำหนดโครงสร้างจำนวนอินพุตและจำนวนเอาต์พุตของประสาทเทียมให้ถูกต้อง และกำหนดค่าเริ่มต้นของน้ำหนักและไบแอสด้วยตนเอง สอนด้วยกฎการเรียนรู้แบบเปอร์เซ็ปตรอน 1 รอบ

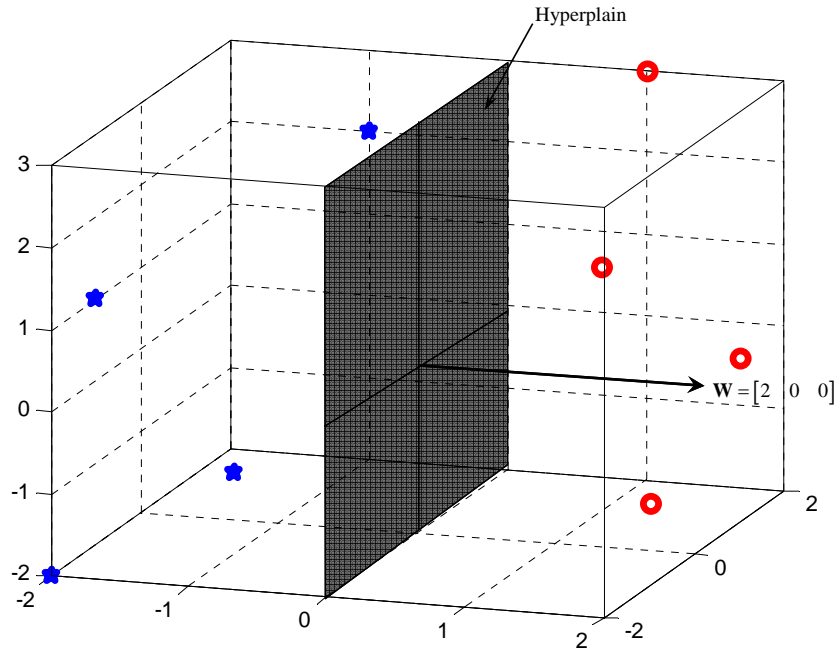
#	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$t_1$
1	1	1	1	1
2	1	2	3	1
3	2	-1	-1	1
4	2	1	0	1
5	-1	2	2	0
6	-2	-1	1	0
7	-1	-1	-1	0
8	-2	-2	-2	0

เฉลย

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดโครงสร้างโครงข่าย เลือกอัตราการเรียนรู้ (learning rate)  $\eta = 0.1$



ขั้นตอนที่ 2 สุ่มค่าน้ำหนัก  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}^T]$  และ  $\mathbf{b}$  จากค่าเล็ก ๆ กำหนดค่า  $k = 1$  กำหนดค่าผิดพลาดรวม  $E = 0$



จาก plot จะสามารถกำหนดค่าเวกเตอร์น้ำหนักและไบแอสคร่าว ๆ ได้เป็น

$$\mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ w_3] = [2 \ 0 \ 0] \quad \mathbf{b} = 0$$

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_1 = [1 \ 1 \ 1]^T$   $t_1 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 0 = 2$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} = 1$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(1-1)[1 \ 1 \ 1]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(1-1)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $1 < K = 8$  ให้  $k = 1 + 1 = 2$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_2 = [1 \ 2 \ 3]^T$   $t_2 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + 0 = 2$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 1$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(1-1)[1 \ 2 \ 3]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(1-1)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $2 < K = 8$  ให้  $k = 2 + 1 = 3$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_3 = [2 \ -1 \ -1]^T$   $t_3 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + 0 = 4$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 1$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(1-1)[2 \ -1 \ -1]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(1-1)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $3 < K = 8$  ให้  $k = 3 + 1 = 4$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_4 = [2 \ 1 \ 0]^T$   $t_4 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 0 = 4$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 1$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(1-1)[2 \ 1 \ 0]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(1-1)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $4 < K = 8$  ให้  $k = 4 + 1 = 5$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_5 = [-1 \ 2 \ 2]^T$   $t_5 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} + 0 = -2$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 0$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(0-0)[-1 \ 2 \ 2]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(0-0)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $5 < K = 8$  ให้  $k = 5 + 1 = 6$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_6 = [-2 \ -1 \ 1]^T$   $t_6 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + 0 = -4$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 0$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(0 - 0)[-2 \ 1 \ 1]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(0 - 0)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $6 < K = 8$  ให้  $k = 6 + 1 = 7$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_7 = [-1 \ -1 \ -1]^T$   $t_7 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + 0 = -4$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 0$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(0 - 0)[-1 \ -1 \ -1]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(0 - 0)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $7 < K = 8$  ให้  $k = 7 + 1 = 8$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_8 = [-2 \ -2 \ -2]^T$   $t_8 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [2 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} + 0 = -4$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 0$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [2 \ 0 \ 0] + (0.1)(0 - 0)[-2 \ -2 \ -2]$$

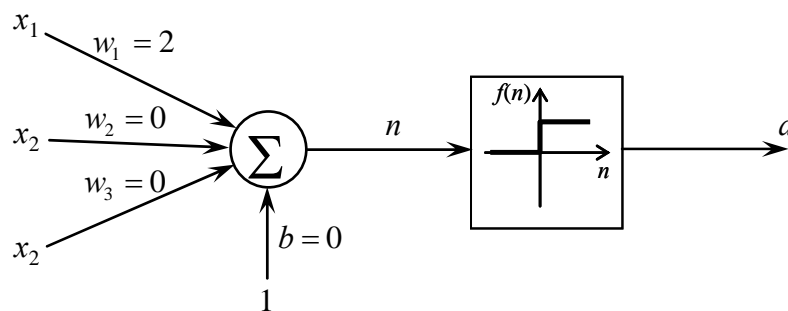
$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(0 - 0)$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0$$

ขั้นตอนที่ 6  $8 < K = 8$  ไปขั้นตอนที่ 7

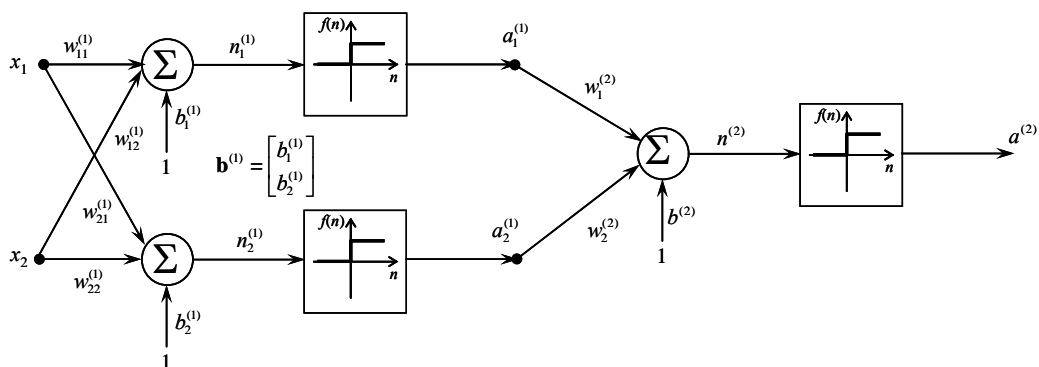
ขั้นตอนที่ 7 ค่าผิดพลาดสะสม  $E = 0$  จบการฝึกฝน



ค่าสุดท้ายของโครงข่ายประสาทเทียม

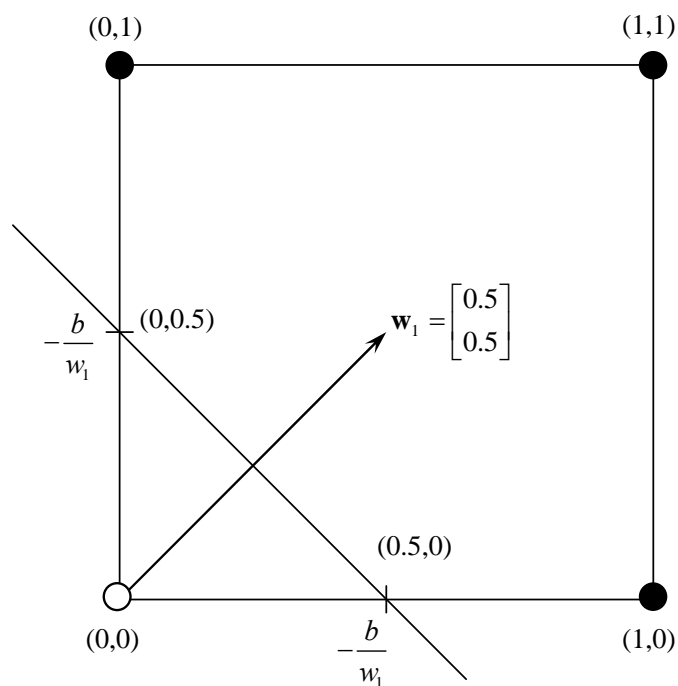
2. จงสร้างโครงข่ายประสาทเทียมเปอร์เซ็ปตรอนสำหรับการแก้ปัญหาชนิด XOR ดังตารางข้างล่าง โดยใช้ประสาทเทียม 3 หน่วย ชั้นที่หนึ่ง 2 หน่วย ทำหน้าที่เป็นฟังก์ชัน OR และ NAND และชั้นที่สอง 1 หน่วยทำหน้าที่เป็นฟังก์ชัน AND

#	p1	p2	t
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0



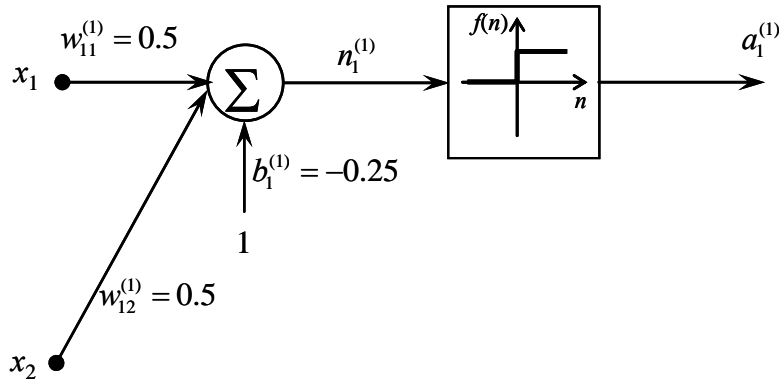
ଉତ୍ତର

#	p1	p2	OR
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

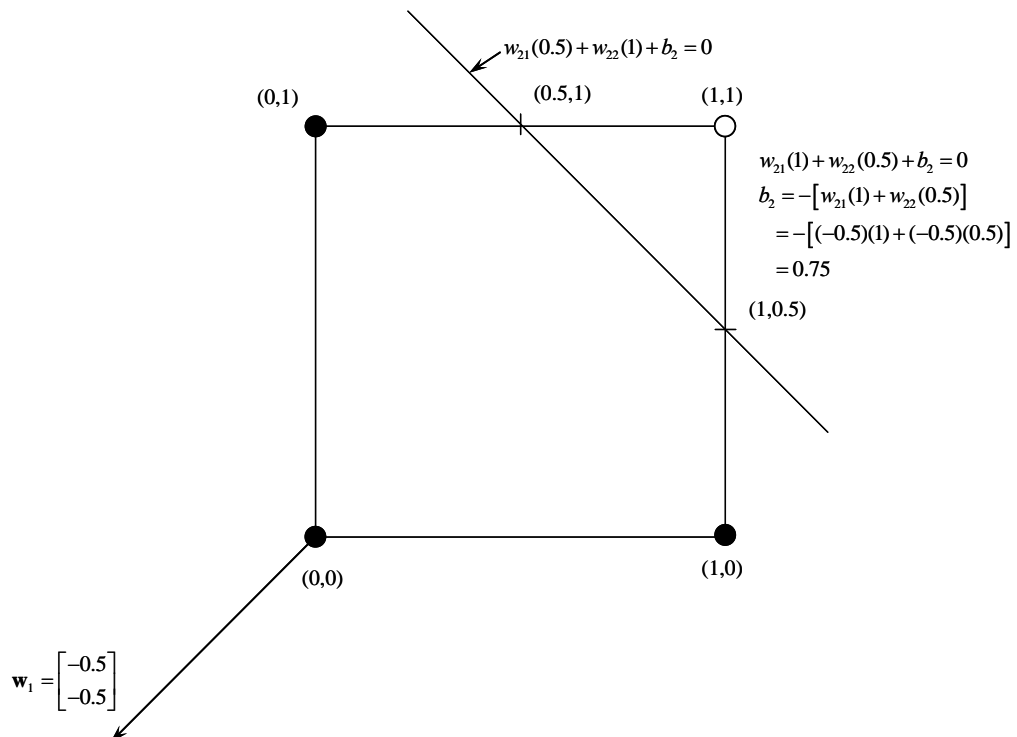


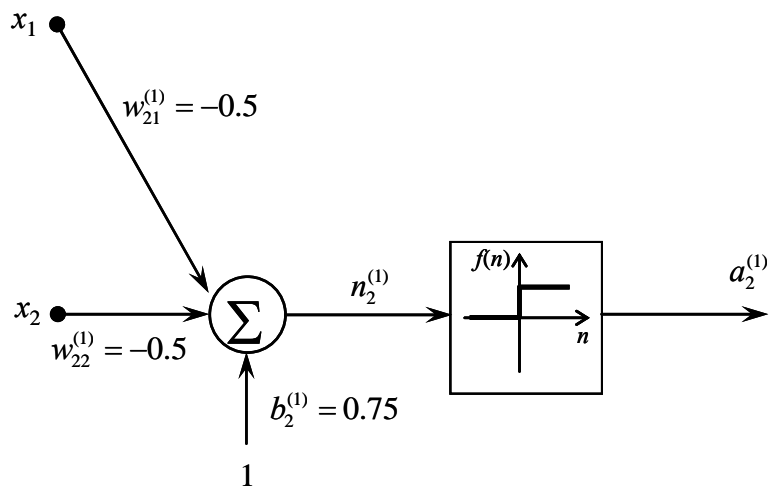
$$w_{11}(0) + w_{12}(0.5) + b_1 = 0$$

$$b_1 = -w_{12}(0.5) = -(0.5)(0.5) = -0.25$$

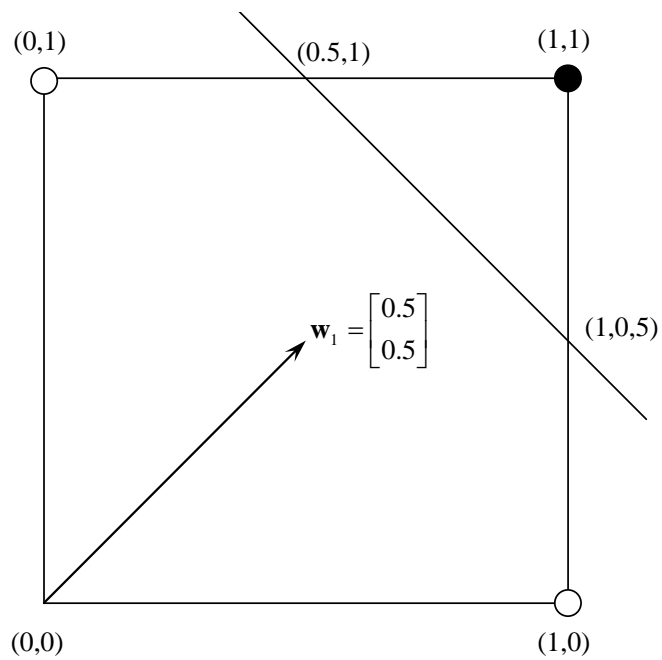


#	p <sub>1</sub>	p <sub>2</sub>	NAND
1	0	0	1
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0





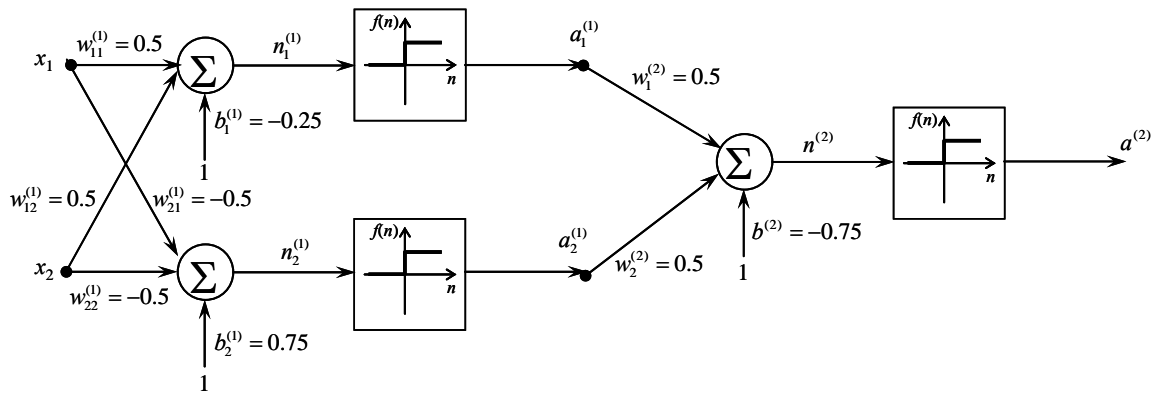
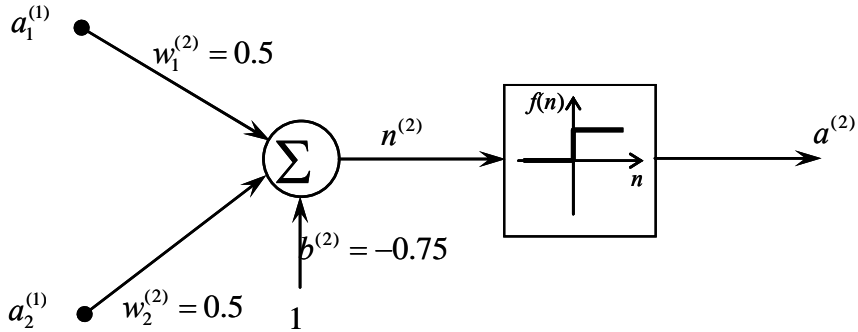
#	$a_1^{(1)}$ (OR)	$a_2^{(1)}$ (NAND)	$a^{(2)}$ (AND)
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1



$$w_1(0.5) + w_2(1) + b = 0$$

$$w_1(1) + w_2(0.5) + b = 0$$

$$\begin{aligned}
 b &= -[w_1(0.5) + w_2(1)] \\
 &= -[(0.5)(0.5) + (0.5)(1)] \\
 &= -0.75
 \end{aligned}$$

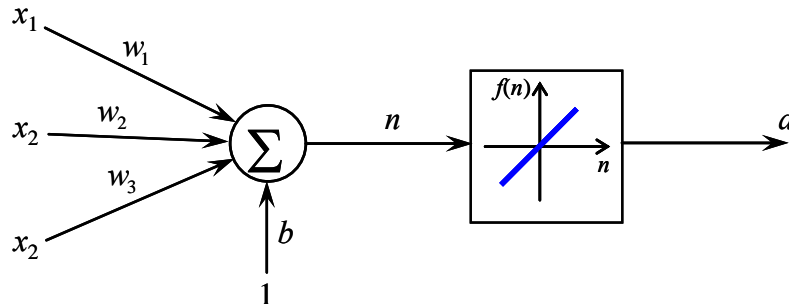


3. จงสร้างโครงข่ายประสาทเทียมสำหรับการแก้ปัญหาการแยกข้อมูลดังตารางข้างล่าง โดยใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบเชิงเส้น ให้กำหนดโครงสร้างจำนวนอินพุตและจำนวนเอาต์พุตของประสาทเทียมแบบเชิงเส้นให้ถูกต้อง และกำหนดค่าเริ่มต้นของน้ำหนักและไบแอสด้วยตนเอง และทำการสอนโครงข่ายด้วยวิธีค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยน้อยสุด (LMS) จำนวน 1 รอบ

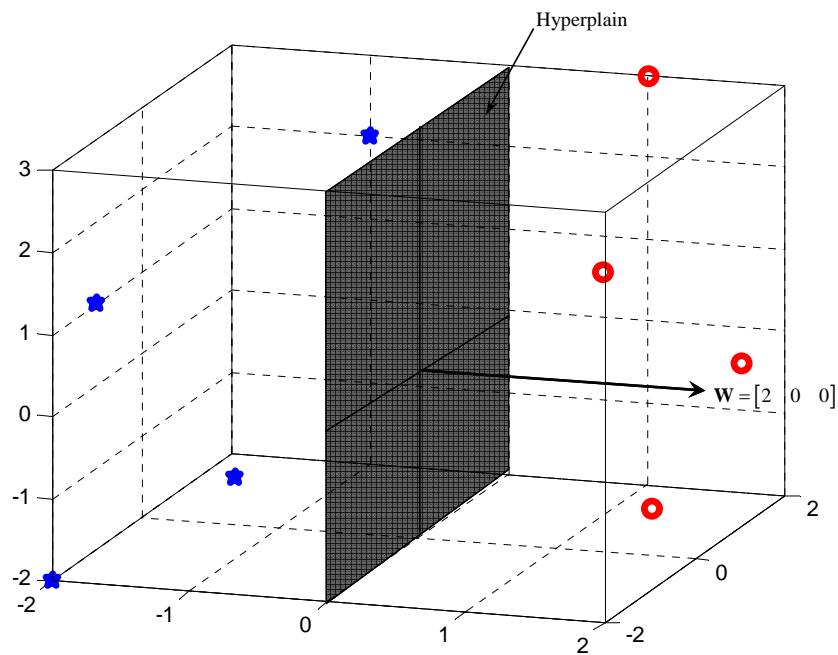
#	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$t_1$
1	1	1	1	1
2	1	2	3	1
3	2	-1	-1	1
4	2	1	0	1
5	-1	2	2	0
6	-2	-1	1	0
7	-1	-1	-1	0
8	-2	-2	-2	0

เฉลย

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดโครงสร้างโครงข่ายแบบเชิงเส้น เลือกอัตราการเรียนรู้ (learning rate)  $\eta = 0.1$



ขั้นตอนที่ 2 สุ่มค่าน้ำหนัก  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}^T]$  และ  $\mathbf{b}$  จากค่าเล็ก ๆ กำหนดค่า  $k = 1$  กำหนดค่าผิดพลาดรวม  $E = 0$



จาก plot จะสามารถกำหนดค่าเวกเตอร์น้ำหนักและไบแอสคร่าว ๆ ได้เป็น

$$\mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ w_3] = [2 \ 0 \ 0] \quad \mathbf{b} = 0$$

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_1 = [1 \ 1 \ 1]^T$   $t_1 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 0 = 2$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 2$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} + (0.1)(1-2)\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.9 & -0.1 & -0.1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = 0 + (0.1)(1-2) = -0.1$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2}(1-2)^2 = 0.5$$

ขั้นตอนที่ 6  $1 < K = 8$  ให้  $k = 1 + 1 = 2$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$   $t_2 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1.9 & -0.1 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-0.1) = 1.3$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 1.3$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = \begin{bmatrix} 1.9 & -0.1 & -0.1 \end{bmatrix} + (0.1)(1-1.3)\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.87 & -0.16 & -0.19 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -0.1 + (0.1)(1-1.3) = -0.13$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2}\|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0.5 + \frac{1}{2}(1-1.3)^2 = 0.545$$

ขั้นตอนที่ 6  $2 < K = 8$  ให้  $k = 2 + 1 = 3$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_3 = [2 \ -1 \ -1]^T$   $t_3 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [1.87 \ -0.16 \ -0.19] \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.13 = 3.96$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 3.96$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T = [1.87 \ -0.16 \ -0.19] + (0.1)(1-1)[2 \ -1 \ -1] \\ &= [1.278 \ 0.136 \ 0.106] \end{aligned}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -0.13 + (0.1)(1-3.96) = -0.426$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 0.545 + \frac{1}{2}(1-3.96)^2 = 4.9258$$

ขั้นตอนที่ 6  $3 < K = 8$  ให้  $k = 3 + 1 = 4$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_4 = [2 \ 1 \ 0]^T$   $t_4 = 1$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [1.278 \ 0.136 \ 0.106] \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0.426 = 2.266$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = 2.266$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T \\ &= [1.278 \ 0.136 \ 0.106] + (0.1)(1-2.266)[2 \ 1 \ 0] \\ &= [1.0248 \ 0.0094 \ 0.106] \end{aligned}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -0.426 + (0.1)(1-2.266) = -0.5526$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 4.9258 + \frac{1}{2} (1 - 2.266)^2 = 5.7272$$

**ขั้นตอนที่ 6**  $4 < K = 8$  ให้  $k = 4 + 1 = 5$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

**ขั้นตอนที่ 3** เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_5 = [-1 \ 2 \ 2]^T$   $t_5 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [1.0248 \ 0.0094 \ 0.106] \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} - 0.5526 = -1.3466$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = -1.3466$$

**ขั้นตอนที่ 4** คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T \\ &= [1.0248 \ 0.0094 \ 0.106] + (0.1)(0 - (-1.3466))[-1 \ 2 \ 2] \\ &= [0.8901 \ 0.2787 \ 0.3753] \\ \mathbf{b} &= \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -0.5526 + (0.1)(0 - (-1.3466)) = -0.4179 \end{aligned}$$

**ขั้นตอนที่ 5** คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 5.7272 + \frac{1}{2} (0 - (-1.3466))^2 = 6.6338$$

**ขั้นตอนที่ 6**  $5 < K = 8$  ให้  $k = 5 + 1 = 6$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

**ขั้นตอนที่ 3** เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_6 = [-2 \ -1 \ 1]^T$   $t_6 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [0.8901 \ 0.2787 \ 0.3753] \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - 0.4179 = -2.1016$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = -2.1016$$

**ขั้นตอนที่ 4** คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T$$

$$\begin{aligned}
&= [0.8901 \quad 0.2787 \quad 0.3753] + (0.1)(0 - (-2.1016))[-2 \quad 1 \quad 1] \\
&= [0.4698 \quad 0.0686 \quad 0.5855] \\
\mathbf{b} &= \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -0.4179 + (0.1)(0 - (-2.1016)) = -0.2078
\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 6.6338 + \frac{1}{2}(0 - (-2.1016))^2 = 8.8422$$

ขั้นตอนที่ 6  $6 < K = 8$  ให้  $k = 6 + 1 = 7$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_7 = [-1 \quad -1 \quad -1]^T$   $t_7 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [0.4698 \quad 0.0686 \quad 0.5855] \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.2078 = -1.3316$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = -1.3316$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\begin{aligned}
\mathbf{W} &= \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T \\
&= [0.4698 \quad 0.0686 \quad 0.5855] + (0.1)(0 - (-1.3316))[-1 \quad -1 \quad -1] \\
&= [0.3367 \quad -0.0646 \quad 0.4523] \\
\mathbf{b} &= \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -0.2078 + (0.1)(0 - (-1.3316)) = -0.0746
\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2} \|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 6.6338 + \frac{1}{2}(0 - (-2.1016))^2 = 8.8422$$

ขั้นตอนที่ 6  $7 < K = 8$  ให้  $k = 7 + 1 = 8$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มทำการฝึกฝน  $\mathbf{p}_8 = [-2 \quad -2 \quad -2]^T$   $t_8 = 0$  ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$

จาก

$$\mathbf{n} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k + \mathbf{b} = [0.3367 \quad -0.0646 \quad 0.4523] \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} - 0.0746 = -1.5233$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) = -1.5233$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าน้ำหนักและไบแอสใหม่

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{W} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a})\mathbf{p}^T \\ &= [0.3367 \quad -0.0646 \quad 0.4523] + (0.1)(0 - (-1.5233))[-2 \quad -2 \quad -2] \\ &= [0.032 \quad -0.3693 \quad 0.1476] \\ \mathbf{b} &= \mathbf{b} + \eta(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -0.0746 + (0.1)(0 - (-1.5233)) = 0.0777 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าผิดพลาดสะสม

$$E = E + \frac{1}{2}\|\mathbf{t} - \mathbf{a}\|^2 = 8.8422 + \frac{1}{2}(0 - (-1.5233))^2 = 10.8892$$

ขั้นตอนที่ 6  $8 < K = 8$  ไปขั้นตอนที่ 7

ขั้นตอนที่ 7 ค่าผิดพลาดสะสม  $E = 0$  จบการฝึกฝน



ค่าสุดท้ายของโครงข่ายประสาทเทียมแบบเชิงเส้นหลังการเรียนรู้ 1 รอบ

4. ก) จากข้อมูลในตารางข้างล่าง

Training Data

y	z	class
1.7	0.4	1
1.4	0.2	1
5	1.7	2
5.1	1.6	2
6	2.5	3
6.1	2.3	3

Operating Data

y	z	class
5.5	2.4	
4.5	2.5	
2	0.8	

จงใช้ Training Data สร้างโครงข่ายประสาทเทียมเปอร์เซ็ปตรอนแบบสองชั้น (2-layer MLP) โดยกำหนดฟังก์ชันเป็นลอจิสติกมอยด์ (log sigmoid) ในชั้นที่หนึ่ง และเป็นเชิงเส้นบริสุทธิ์ (pure linear) ในชั้นที่สอง

$$a_i^{(1)} = \frac{1}{1 + \exp(-n_i^{(1)})}$$

$$a_i^{(2)} = n_i^{(2)}$$

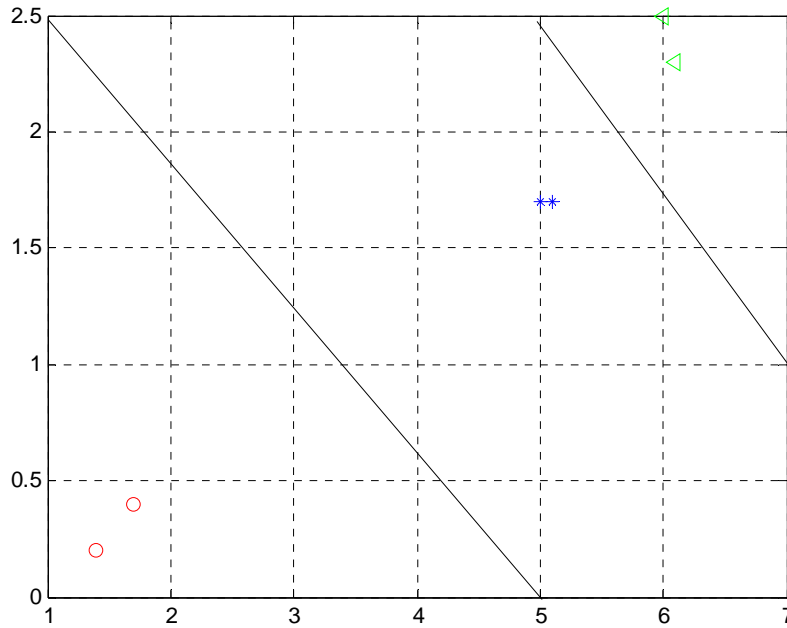
วาดโครงสร้างโครงข่ายให้ถูกต้อง กำหนดเมทริกซ์น้ำหนักและไบแอส และทำการสอนแบบ steepest descent backpropagation ด้วย Training Data จำนวน 2 รอบ

เฉลย

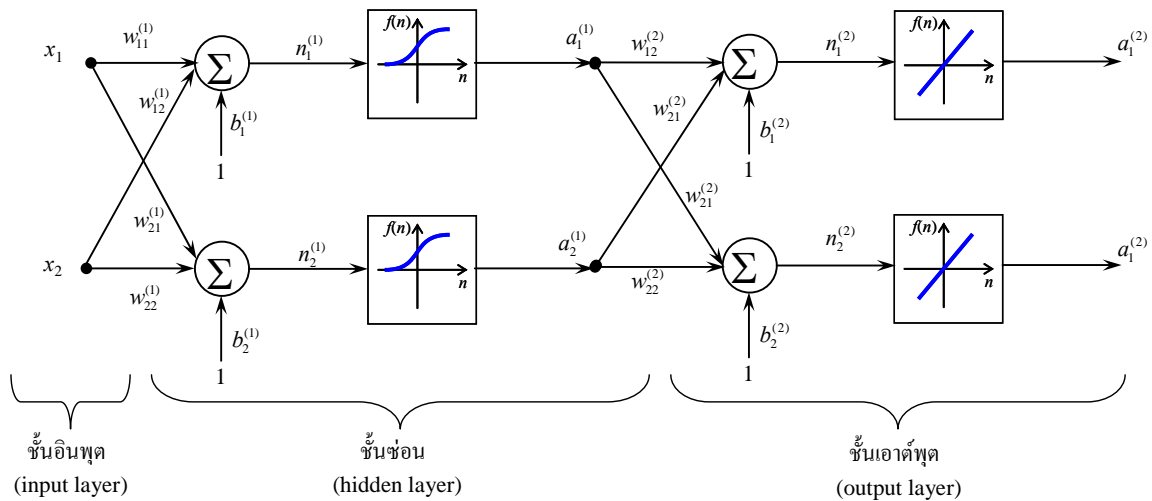
จัดข้อมูลในส่วนเอาต์พุตให้เป็นไบนารี

y	z	$a_1^{(2)}$	$a_2^{(2)}$
1.7	0.4	0	1
1.4	0.2	0	1
5	1.7	1	0
5.1	1.6	1	0
6	2.5	1	1
6.1	2.3	1	1

พิจารณาจากการพล็อต ข้อมูลมีลักษณะแยกได้ด้วยเส้นตรง



ขั้นตอนที่ 1 กำหนดโครงสร้างโครงข่ายเป็นแบบ 2 อินพุต และ 2 เอาต์พุต ดังภาพข้างล่าง



โครงข่ายประสาทเทียมสองชั้น (โครงสร้างแบบ 2-2-2)

เลือกอัตราการเรียนรู้ (learning rate:  $\eta$ )  $\eta = 0.1$  (ค่าเล็ก ๆ ใกล้เคียงศูนย์) กำหนดค่าผิดพลาดต่ำสุดที่ยอมรับได้  $E_{th} = 0.001$  (error threshold) และกำหนดจำนวนรอบการเรียนรู้สูงสุด  $L_{max} = 100$  รอบ

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มค่าน้ำหนัก  $\mathbf{W}$  และ  $\mathbf{b}$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^{(1)T} \\ \mathbf{w}_2^{(1)T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(2)} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^{(2)T} \\ \mathbf{w}_2^{(2)T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^{(2)} & w_{12}^{(2)} \\ w_{21}^{(2)} & w_{22}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \begin{bmatrix} b_1^{(2)} \\ b_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix}$$

กำหนดค่า  $m = 1, k = 1$

### รอบที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_1 = (1.7, 0.4), \mathbf{t}_1 = (0, 1)\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_1$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 33.3 \\ -18.49 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) \\ &= \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} 33.3 \\ -18.49 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่สอง

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})$$

$$= \text{purelin}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณค่าผิดพลาด

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{t}_1 - \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**ขั้นตอนที่ 4** ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(2)} &= -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_1 \\ &= -2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}^{(2)} &= \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(1)} &= \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.8 \\ 1 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} (1-0)(0) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.8 \\ 1 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.8 \\ 1 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [1.7 \quad 0.4] \\
&= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{b}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

**ขั้นตอนที่ 5** ถ้า  $k=1 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 2$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

**ขั้นตอนที่ 3** รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_2 = (1.4, 0.2), \mathbf{t}_2 = (0, 1)\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_1$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.4 \\ 0.2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 38.5 \\ -22.68 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) \\
&= \text{logsig} \left( \begin{bmatrix} 38.5 \\ -22.68 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\begin{aligned}\mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) \\ &= \text{purelin} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

คำนวณค่าผิดพลาด

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{t}_2 - \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\begin{aligned}\mathbf{g}^{(2)} &= -2\mathbf{F}'^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_2 \\ &= -2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta\mathbf{g}^{(2)}(\mathbf{a}^{(1)})^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta\mathbf{g}^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix}$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{g}^{(1)} = \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.8 \\ 1 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-0)(0) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.8 \\ 1 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.8 \\ 1 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [1.4 \quad 0.2]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)}$$

$$= \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5 ถ้า  $k=2 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 3$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

**ขั้นตอนที่ 3** รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_3 = (5, 1.7), \mathbf{t}_3 = (1, 0)\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_3$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}\mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1.7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0.5 \\ 15.9 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) \\ &= \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} -0.5 \\ 15.9 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.3775 \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\begin{aligned}\mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3775 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1.5673 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1.5673 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

คำนวณค่าผิดพลาด

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{t}_3 - \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ -1.5673 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5673 \end{bmatrix}$$

**ขั้นตอนที่ 4** ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\begin{aligned}\mathbf{g}^{(2)} &= -2\mathbf{f}'^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_3 \\ &= -2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5673 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -3.1346 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\mathbf{W}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)} - \eta\mathbf{g}^{(2)}(\mathbf{a}^{(1)})^T$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.8 & -6.8 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ -3.1346 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3775 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.1731 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ -3.1346 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 8.4269 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\mathbf{g}^{(1)} = \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.1731 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -3.1346 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-0.3775)(0.3775) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.1731 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -3.1346 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.235 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.1731 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -3.1346 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.8347 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -26 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 4.8347 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1.7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)}$$

$$= \begin{bmatrix} 43.7 \\ -32.7 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 4.8347 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5 ถ้า  $k=3 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 4$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_4 = (5.1, 1.6), \mathbf{t}_4 = (1,0)\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_4$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{x}_1 + \mathbf{b}^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5.1 \\ 1.6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -26.1542 \\ 15.13 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) \\ &= \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} -26.1542 \\ 15.13 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่สอง

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.1731 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 8.4269 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2.2538 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2.2538 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

คำนวณค่าผิดพลาด

$$\mathbf{e}_4 = \mathbf{t}_4 - \mathbf{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2.2538 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2.2538 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\mathbf{g}^{(2)} = -2\mathbf{F}'^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_4$$

$$\begin{aligned}
&= -2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2.2538 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 4.5057 \end{bmatrix} \\
\mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.1731 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 4.5057 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -7.0746 \end{bmatrix} \\
\mathbf{b}^{(2)} &= \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 8.4269 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 4.5057 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.5254 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(1)} &= \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -7.0746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4.5057 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (1-0)(0) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -7.0746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4.5057 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -7.0746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4.5057 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1.6 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5  $k = 4 < K = 6$  ให้  $k = k + 1 = 5$  ทำการคำนวณซ้ำจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_5 = (6, 2.5), \mathbf{t}_5 = (1, 1)\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_5$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_5 + \mathbf{b}^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 2.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -55.3849 \\ 31.6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) \\ &= \mathbf{logsig} \left( \begin{bmatrix} -55.3849 \\ 31.6 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -7.0746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.5254 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4508 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4508 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

คำนวณค่าผิดพลาด

$$\mathbf{e}_5 = \mathbf{t}_5 - \mathbf{a}_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4508 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5492 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(2)} &= -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_5 \\
&= -2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5492 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ -1.0985 \end{bmatrix} \\
\mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -7.0746 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ -1.0985 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.8749 \end{bmatrix} \\
\mathbf{b}^{(2)} &= \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.5254 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ -1.0985 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.7451 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(1)} &= \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.8749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1.0985 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (1-0)(0) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.8749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1.0985 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.8749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1.0985 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [6 \quad 2.5] \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \\
\mathbf{b}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5  $k=5 < K=6$  ให้  $k = k + 1 = 6$ วนซ้ำขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 รับข้อมูลชุดฝึกสอน  $\{\mathbf{x}_6 = (6.1, 2.3), \mathbf{t}_6 = (1, 1)\}$  ใส่ค่า  $\mathbf{x}_6$  เข้าโครงข่าย ทำการคำนวณค่าเอาต์พุต  $\mathbf{a}$  และค่าผิดพลาด  $\mathbf{e}$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_5 + \mathbf{b}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6.1 \\ 2.3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -50.33 \\ 29.53 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) \\
&= \text{logsig} \left( \begin{bmatrix} -50.33 \\ 29.53 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตขั้นที่สอง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.8749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.7451 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8902 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) \\
&= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8902 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณค่าผิดพลาด

$$\mathbf{e}_6 = \mathbf{t}_6 - \mathbf{a}_6 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8902 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1098 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสย้อนกลับจากชั้นเอาต์พุตไปยังชั้นซ่อนที่หนึ่ง

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นเอาต์พุต

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}^{(2)} &= -2\dot{\mathbf{F}}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)})\mathbf{e}_6 \\
 &= -2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1098 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2197 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} (\mathbf{a}^{(1)})^T \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.8749 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2197 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.811 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{b}^{(2)} &= \mathbf{b}^{(2)} - \eta \mathbf{g}^{(2)} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.7451 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2197 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 7.7890 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

คำนวณค่าความลาดชันของค่าผิดพลาด ปรับค่าน้ำหนักและไบแอสชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}^{(1)} &= \dot{\mathbf{F}}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) (\mathbf{W}^{(2)})^T \mathbf{g}^{(2)} \\
 &= \begin{bmatrix} (1-a_1^{(1)})a_1^{(1)} & 0 \\ 0 & (1-a_2^{(1)})a_2^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.811 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2197 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (1-0)(0) & 0 \\ 0 & (1-1)(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.811 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2197 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -6.5633 \\ 1 & -6.811 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2197 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} (\mathbf{x}_k)^T \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6.1 & 2.3 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \\
\mathbf{b}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(1)} - \eta \mathbf{g}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} - (0.1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5  $k = 6 = K$  ไปขั้นตอนที่ 6

ขั้นตอนที่ 6 คำนวณค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย

$$MSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{e}_k\|^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{t}_k - \mathbf{a}_k\|^2$$

$$MSE = \frac{1}{6} (0^2 + 0^2 + 1.5673^2 + 2.2538^2 + 0.5492^2 + 0.1098^2) = 0.6541$$

จบการฝึกฝนรอบที่ 1

- ข) จงใช้เน็ตเวิร์กจากข้อ ก) เพื่อแสดงวิธีคำนวณหาค่าเอาต์พุต Class ของข้อมูลในตาราง Operating Data

ข้อมูลชุด Operating Data  $\mathbf{x}_7 = (5.5, 2.1)$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}_7 + \mathbf{b}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5.5 \\ 2.1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -50.20 \\ 27.65 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \text{logsig} \left( \begin{bmatrix} -50.20 \\ 27.65 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่สอง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.8749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.7451 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.978 \end{bmatrix} \\
\mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.978 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ข้อมูลชุด Operating Data  $\mathbf{x}_8 = (4.5, 2.5)$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{x}_5 + \mathbf{b}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.5 \\ 2.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -48.1328 \\ 23.65 \end{bmatrix} \\
\mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \text{logsig} \left( \begin{bmatrix} -48.1328 \\ 23.65 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่สอง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.8749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.7451 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.978 \end{bmatrix} \\
\mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.978 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ข้อมูลชุด Operating Data  $\mathbf{x}_9 = (2, 0.8)$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{x}_5 + \mathbf{b}^{(1)} \\
&= \begin{bmatrix} -4.8347 & -27.6438 \\ 5.3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0.8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.7331 \\ -32.7 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 10.94 \\ -11.7 \end{bmatrix} \\
\mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{n}^{(1)}) = \text{logsig} \left( \begin{bmatrix} 10.94 \\ -11.7 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

คำนวณเอาต์พุตชั้นที่สอง

$$\begin{aligned}\mathbf{n}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.5633 & -6.8749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.7451 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1.2258 \end{bmatrix} \\ \mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{f}^{(2)}(\mathbf{n}^{(2)}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.2258 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Operating Data

$y$	$z$	$a_1^{(2)}$	$a_2^{(2)}$	class
5.5	2.4	1	0.978	3
4.5	2.5	1	0.978	3
2	0.8	0	1.2258	1